

ТЕОРЕМА ПИФАГОРА



Мысли и афоризмы:

На поле жизни, подобно сеятелю, ходи ровным и постоянным шагом.

Истинное отечество там, где есть благие нравы.

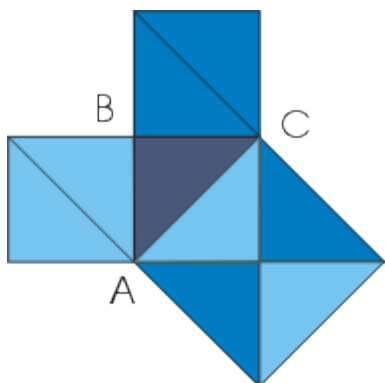
Не будь членом учёного общества: самые мудрые, составляя общество, делаются простолюдинами.

Почитай священными числа, вес и меру, как чад изящного равенства.

Измеряй свои желания, взвешивай свои мысли, исчисляй свои слова.

Ничему не удивляйся: удивление произвело богов.

Если спросят: что есть древнее богов? - ответствуй: страх и надежда.

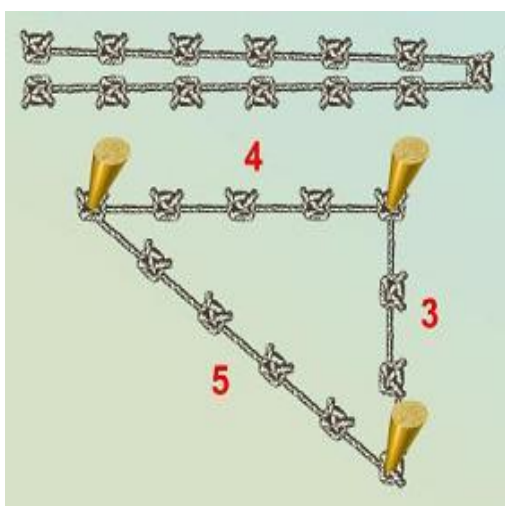


Интересна история теоремы Пифагора. Хотя эта теорема и связана с именем Пифагора, она была известна задолго до него. В вавилонских текстах эта теорема встречается за 1200 лет до Пифагора, а в Египте это соотношение использовалось для построения прямого угла еще пять тысяч лет назад.

Возможно, что тогда еще не знали ее доказательства, а само соотношение между гипотенузой и катетами было установлено опытным путем на основе измерений. Пифагор, по-видимому, нашел доказательство этого соотношения. Сохранилось древнее предание, что в честь своего открытия Пифагор принес в жертву богам быка, по другим свидетельствам - даже сто быков. На протяжении последующих веков были найдены различные другие доказательства теоремы Пифагора. В настоящее время их насчитывается более пятисот, в том числе: геометрических, алгебраических, механических и

прочих. Благодаря такому количеству доказательств, теорема Пифагора попала в Книгу рекордов Гиннеса, как теорема с наибольшим количеством доказательств. Это говорит о неослабевающем интересе к ней со стороны широкой математической общественности. Теорема Пифагора послужила источником для множества обобщений и плодородных идей. Глубина этой древней истины, по-видимому, далеко не исчерпана.

Исторический обзор начнем с древнего Китая. Здесь особое внимание привлекает математическая книга Чу-пей. В этом сочинении так говорится о пифагоровом треугольнике со сторонами 3, 4 и 5: *"Если прямой угол разложить на составные части, то линия, соединяющая концы его сторон, будет 5, когда основание есть 3, а высота 4"*. В этой же книге предложен рисунок, который совпадает с одним из чертежей индусской геометрии Басхары.



Крупнейший немецкий историк математики Кантор считает, что равенство $3^2 + 4^2 = 5^2$ было известно уже египтянам еще около 2300 г. до н. э., во времена царя Аменемхета I (согласно папирусу 6619 Берлинского музея). По мнению Кантора гарпедонапты, или "натягиватели веревок", строили прямые углы при помощи прямоугольных

треугольников со сторонами 3, 4 и 5.

Несколько больше известно о теореме Пифагора у вавилонян. В одном тексте, относимом ко времени Хаммураби, т. е. к 2000 г. до н. э., приводится приближенное вычисление гипотенузы прямоугольного треугольника. Отсюда можно сделать вывод, что в Двуречье умели производить вычисления с прямоугольными треугольниками, по крайней мере в некоторых случаях. Основываясь, с одной стороны, на сегодняшнем уровне знаний о египетской и вавилонской математике, а с другой-на критическом изучении греческих источников, голландский математик Ван-дер-Варден

сделал следующий вывод: *"Заслужой первых греческих математиков, таких как Фалес, Пифагор и пифагорейцы, является не открытие математики, но ее систематизация и обоснование. В их руках вычислительные рецепты, основанные на смутных представлениях, превратились в точную науку."*

В настоящее время известно, что эта теорема не была открыта Пифагором. Однако одни полагают, что Пифагор первым дал ее полноценное доказательство, а другие отказывают ему и в этой заслуге. Некоторые приписывают Пифагору доказательство, которое Евклид приводит в первой книге своих "Начал". С другой стороны, Прокл утверждает, что доказательство в "Началах" принадлежит самому Евклиду. Как мы видим, история математики почти не сохранила достоверных данных о жизни Пифагора и его математической деятельности.

Существует три современные формулировки теоремы Пифагора:

1. В прямоугольном треугольнике квадрат гипотенузы равен сумме квадратов катетов.
2. Площадь квадрата, построенного на гипотенузе прямоугольного треугольника, равна сумме площадей квадратов, построенных на катетах.
3. Квадрат, построенный на гипотенузе прямоугольного треугольника, равносоставлен с квадратами, построенными на катетах.

Теорема Пифагора имеет три следствия:

1. Если к прямой из одной точки проведены перпендикуляр и наклонная, то любая наклонная больше перпендикуляра.
2. Равные наклонные имеют равные проекции.
3. Из двух наклонных больше та, у которой проекция больше

Рассмотрим практическое применение теоремы Пифагора - так называемую формулу Герона. Эту формулу связывают с именем Герона Александрийского - древнегреческого математика и механика. Герон уделял много внимания практическим приложениям геометрии.

Выведем формулу для определения площади треугольника через длины его сторон.

Теорема. Площадь S треугольника, стороны которого равны a , b и c , вычисляется по формуле:

$$S = \sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)}, \text{ где } p - \text{ полупериметр треугольника.}$$

Доказательство.

Рассмотрим треугольник ABC , в котором $AB=c$, $BC=a$, $AC=b$. Во всяком треугольнике по крайней мере два угла острые. Пусть A и B - острые углы треугольника ABC . Тогда основание H высоты CH треугольника лежит на стороне AB . Введем обозначения: $CH=h$, $AH=y$, $HB=x$.

По теореме Пифагора

$$a^2 - x^2 = h^2 = b^2 - y^2, \text{ откуда}$$

$$y^2 - x^2 = b^2 - a^2, \text{ или}$$

$$(y - x)(y + x) = b^2 - a^2, \text{ а так как}$$

$$y + x = c, \text{ то}$$

$$y - x = (b^2 - a^2)/c.$$

Складывая два последних равенства, получаем:

$$2y = (b^2 - a^2)/c, \text{ откуда:}$$

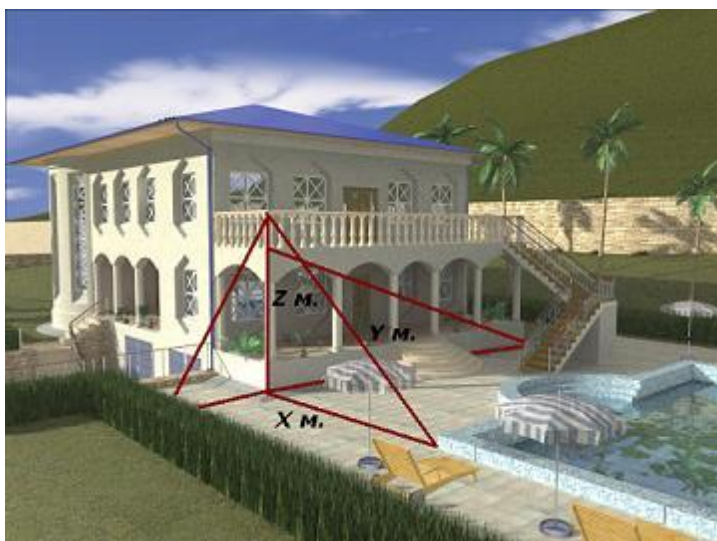
$$y = (b^2 + c^2 - a^2)/2c, \text{ и, значит,}$$

$$h^2 = b^2 - y^2 = (b - y)(b + y) = (b^2 - (b - c)^2)((b + c)^2 - a^2)/4c^2 =$$

$$= ((2p - 2b)(2p - 2c)(2p - 2a)2p)/4c^2 = (4p(p - a)(p - b)(p - c))/c^2$$

$$S^2 = (h^2 c^2)/4 = (4pc^2(p - a)(p - b)(p - c))/4c^2 = p(p - a)(p - b)(p - c)$$

Значение теоремы Пифагора состоит в том, что из нее или с ее помощью можно вывести большинство теорем геометрии и решить множество задач. Из-за этого многие ученые называют эту теорему самой главной в геометрии. Теорема Пифагора замечательна и тем, что сама по себе она вовсе не очевидна. Например, свойства равнобедренного треугольника можно видеть непосредственно на чертеже. Но сколько ни смотри на прямоугольный треугольник, никак не увидишь, что между его сторонами есть простое соотношение: $c^2 = a^2 + b^2$.



Кроме этого практическое значение теоремы Пифагора и обратной ему теоремы заключается в том, что с их помощью можно найти длины отрезков, не измеряя самих отрезков. Именно по этой причине теорема Пифагора так важна для человечества, которое

стремится открывать все больше измерений и создавать технологии в этих измерениях. Например, в Германии недавно открылся кинотеатр, где показывают кино в шести измерениях: первые три даже перечислять не стоит, а также время, запах и вкус. Это наглядно говорит о том, насколько быстро увеличивается количество измерений, используемых человечеством. Ведь еще три года назад никто и не заикался о более чем трех измерениях в кино. Вы спросите: а как связаны между собой теорема Пифагора и запахи, вкусы? А все очень "просто": ведь при показе кино надо рассчитать куда и какие запахи направлять и т.д. Представьте: на экране показывают джунгли, и вы чувствуете запах листьев, показывают обедающего человека, а вы чувствуете вкус еды... Захватывает? Конечно да, и это говорит о том, насколько много направлений деятельности еще будет у теоремы Пифагора и связанных с ней.

Но не надо думать, что теорема Пифагора больше не имеет других значений. Из того, что я уже сказала, надо сделать вывод, что все эти технологии используются также и в других отраслях. Например, при строительстве любого сооружения, рассчитывают расстояния, центры тяжести, размещение опор, балок и т.д. В целом, значение теоремы, кроме вышесказанного, заключается в том, что она применяется практически во всех современных технологиях, а также открывает простор для создания и придумывания новых.